

**Zwei Methoden zur Kompensation  
depolarisierender Imperfektionsresonanzen bei  
ELSA**

Saskia Mönig

Bachelorarbeit in Physik  
angefertigt im Physikalischen Institut

vorgelegt der  
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät  
der  
Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität  
Bonn

August 2014

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt sowie die Zitate kenntlich gemacht habe.

Bonn, .....  
Datum

.....  
Unterschrift

1. Gutachter: PD Dr. Wolfgang Hillert
2. Gutachter: Prof. Dr. Klaus Desch

---

# Inhaltsverzeichnis

---

<b>1</b>	<b>Einführung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Grundlagen zur Spindynamik in ELSA und deren Simulation</b>	<b>3</b>
2.1	Spindynamik in Kreisbeschleunigern . . . . .	3
2.2	Harmonischen-Korrektur . . . . .	6
2.3	Ablauf der Simulationen . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Optimierung der Simulationsparameter</b>	<b>11</b>
3.1	Einfluss der Simulationsparameter . . . . .	11
3.2	Beschleunigung mithilfe einer Cosinus-look-up-Tabelle . . . . .	14
3.3	Beschreibung der resonanztreibenden Felder . . . . .	14
<b>4</b>	<b>Diskussion der Simulationsergebnisse</b>	<b>17</b>
4.1	Übereinstimmung von eingestellten und tatsächlich gesetzten Korrekturfeldern . . . . .	17
4.2	Systematische Polarisationsoptimierung: direkter Vergleich zwischen den beiden Methoden . . . . .	19
4.3	Abschließender Vergleich zwischen den beiden Methoden der Harmonischen-Korrektur	23
<b>5</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>25</b>
<b>A</b>	<b>Herleitung der neuen Harmonischen-Korrektur</b>	<b>29</b>
<b>B</b>	<b>Kontrollsystemprogramm zur Überprüfung der eingestellten Harmonischen-Korrektur</b>	<b>31</b>
	<b>Literatur</b>	<b>33</b>
	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>35</b>



## Einführung

Die Beschleunigeranlage ELSA versorgt hauptsächlich zwei fixed-target-Experimente, Crystal Barrel und BGO-OD, mit hochenergetischen Elektronen mit einer Energie von bis zu 3,2 GeV. Bevor die Elektronen an die Experimente geliefert werden, durchlaufen sie mehrere Beschleunigerstufen. Nachdem sie aus der Quelle kommen, werden sie zunächst in einem Linearbeschleuniger und danach in einem Synchrotron vorbeschleunigt, um dann in den ELSA-Strecherring injiziert zu werden, in dem sie auf ihre Endenergie gebracht werden. Der Aufbau der Anlage ist in Abb. 1.1 zu sehen.

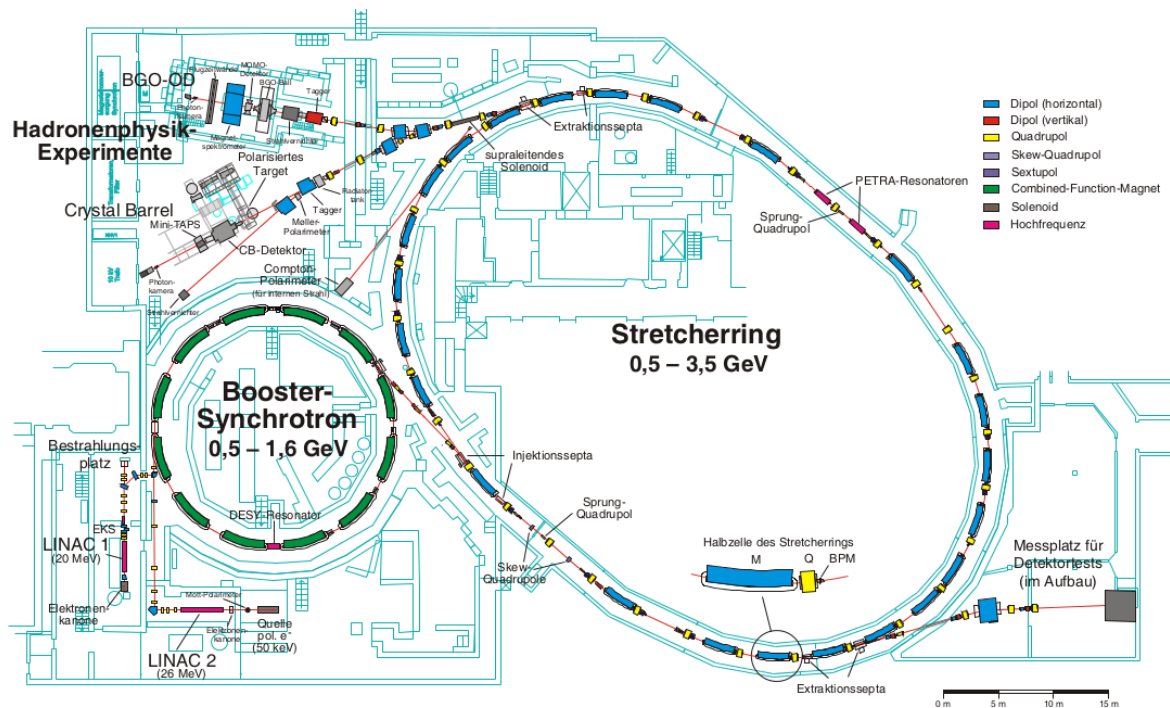


Abbildung 1.1: Übersichtsplan der ELSA-Beschleunigeranlage

Im Rahmen dieser Arbeit ist nur der ELSA-Strecherring von Bedeutung, weshalb sich hier auf eine kurze

Beschreibung von diesem beschränkt werden soll. In dem Streherring werden die Elektronen von ihrer Anfangsenergie von 1,2 GeV auf ihre Endenergie von maximal 3,2 GeV beschleunigt. Das geschieht mit einer Energierampe mit einer Maximalgeschwindigkeit von  $6 \frac{\text{GeV}}{\text{s}}$ . Die Elektronen werden dann durch Resonanzextraktion langsam extrahiert und dem Experiment zur Verfügung gestellt.

Für manche Experimente an ELSA werden zirkular polarisierte Photonen benötigt. Diese werden durch Bremsstrahlung eines polarisierten Elektronenstrahls in einem Target erzeugt. Der polarisierte Elektronenstrahl wird an der Quelle bereits polarisiert erzeugt. Diese Polarisation muss auf dem ganzen Weg des Strahls im Beschleuniger nach Möglichkeit vollständig erhalten bleiben. Verlorene Polarisation kann nicht wiederhergestellt werden; aufgrund von Synchrotronstrahlung ist kein vollständiger Spinflip möglich. Um Polarisationsverluste zu vermeiden, bzw. diesen entgegen wirken zu können, ist eine möglichst genaue Kenntnis der Spindynamik im Beschleuniger notwendig. Konkret geht es hier um die Korrektur sogenannter Imperfektionsresonanzen. Sie treten aufgrund von Feldfehlern auf, die hauptsächlich aus Fehlaufstellungen von Dipolmagneten kommen. Diese werden durch gezieltes Anlegen von kompensierenden Korrekturfeldern während des Resonanzzeitpunktes so gut wie möglich kompensiert. Die optimale Einstellung dieser Felder wird durch systematische Optimierung der Polarisation gefunden. In dieser Arbeit sollen zwei Methoden zur systematischen Polarisationsoptimierung verglichen werden. Dies geschieht zunächst anhand von Simulationen, da die Messungen in der Praxis aufwändig sind und lange dauern und deshalb nicht beliebig oft durchgeführt werden können.

Es sollen zunächst die Grundlagen der Spindynamik im ELSA-Ring kurz zusammengefasst werden, sowie die Prinzipien der beiden Korrekturmethode erklärt werden. Nach einer groben Vorstellung der Funktionsweise des Simulationsprogrammes soll die Optimierung der Simulationsparameter im Hinblick auf die Simulationsdauer sowie auf die Simulationsgenauigkeit diskutiert werden. Anschließend werden die Ergebnisse der Simulationen ausgewertet, um daraus einen Vergleich zwischen den beiden Methoden ziehen zu können.

# Grundlagen zur Spindynamik in ELSA und deren Simulation

In diesem Kapitel sollen zunächst die für diese Arbeit relevanten Grundlagen der Spindynamik in Kreisbeschleunigern und konkret in ELSA kurz aufgeführt und erläutert werden.

## 2.1 Spindynamik in Kreisbeschleunigern

Die Spindynamik in einem Kreisbeschleuniger wird in erster Linie vollständig durch die Wechselwirkung des Spins mit den Magnetfeldern bestimmt. Aus der Quantenmechanik ist der Hamiltonoperator  $\hat{H}$  für einen Spin  $\vec{S}$  in einem äußeren Magnetfeld  $\vec{B}$  bekannt:

$$\hat{H} = g \frac{e}{2m} \vec{S} \cdot \vec{B} \quad (2.1)$$

Dabei ist  $e$  die Elektronenladung und  $m$  die Elektronenmasse. Der Landé-Faktor  $g$  beträgt für Elektronen  $g = 2,002\,319\,304\,386\,(20) =: 2 \cdot (1 + a)$  [1]. Aus dem Ehrenfest'schen Theorem kann die zeitliche Änderung des Spinerwartungswertes bestimmt werden zu

$$\frac{d\langle \vec{S} \rangle}{dt} = -g \frac{e}{2m} \vec{B} \times \vec{S} \quad (2.2)$$

Gleichung (2.2) kann in Analogie zur zeitlichen Änderung eines Drehimpulses in der klassischen Mechanik gesehen werden.

### Thomas-BMT-Gleichung

Die betrachteten Energien der Elektronen in Beschleunigern – in ELSA bis zu 3,2 GeV – erfordern eine relativistische Betrachtung. Eine Lorentz-Transformation in das Ruhesystem des Teilchens ergibt die Thomas-BMT-Gleichung [2], welche die Präzession eines Spins im Kreisbeschleuniger beschreibt:

$$\frac{d\langle \vec{S} \rangle}{dt} = -\frac{e}{m\gamma} \left[ (1 + \gamma a) \vec{B}_\perp + (1 + a) \vec{B}_\parallel - \left( a + \frac{1}{\gamma + 1} \right) \gamma \vec{\beta} \times \frac{\vec{E}}{c} \right] \times \vec{S} \quad (2.3)$$

Hierbei ist der Lorentz-Faktor  $\gamma$  ein Maß für die Energie der Teilchen,  $\vec{\beta} = \frac{\vec{v}}{c}$  das Verhältnis der Teilchengeschwindigkeit  $\vec{v}$  zur Lichtgeschwindigkeit  $c$  und  $\vec{E}$  die elektrischen Felder im Beschleuniger. Das Magnetfeld wird aufgeteilt in einen longitudinalen Anteil  $\vec{B}_{\parallel}$  und einen transversalen Anteil  $\vec{B}_{\perp}$  bzgl. der Strahlrichtung.

Zur Vereinfachung der Formel wird der spezielle Fall von ELSA betrachtet. Da hier elektrische Felder nur zur Beschleunigung verwendet werden und somit longitudinal sind, gilt  $\vec{\beta} \times \vec{E} \approx 0$ . Außerdem sind die Magnetfelder proportional zur Strahlenergie. Ihre Energieabhängigkeit kürzt sich mit der des Vorfaktors heraus. Die folglich konstante Präzession um longitudinale Magnetfelder ist in ELSA zu vernachlässigen, da diese Magnetfelder nur als Randfelder auftreten und somit sehr klein sind. Gleichung (2.3) lässt sich letztlich zu

$$\frac{d\langle \vec{S} \rangle}{dt} \approx -\frac{e}{\gamma m} (1 + \gamma a) \cdot \vec{B}_{\perp} \times \vec{S} \quad (2.4)$$

vereinfachen. Der Spin präzediert mit einer Frequenz  $\vec{\omega} = -\frac{e}{\gamma m} (1 + \gamma a) \cdot \vec{B}_{\perp}$  um das transversale Magnetfeld. Dabei liegt hier wieder die einzige  $\gamma$ -Abhängigkeit in dem Term  $\gamma a$ . Für ein Teilchen, welches sich auf dem Referenzorbit bewegt, entspricht das transversale Magnetfeld den Dipolfeldern. Zwischen den Dipolen, wo kein transversales Magnetfeld anliegt, ist die Präzession unterbrochen. Mit  $\vec{B}_{\perp} = \vec{B}_{\text{Dip}}$  entspricht der konstante Anteil der Frequenz  $-\frac{e}{\gamma m} \cdot \vec{B}_{\text{Dip}}$  betragsmäßig der Umlauffrequenz eines Teilchens im Beschleuniger und somit einer Drehung des Spins pro Umlauf. Der zweite Anteil  $-\frac{e}{\gamma m} \gamma a \vec{B}_{\text{Dip}}$  der Präzessionsfrequenz steigt proportional mit der Energie. Dabei ist  $\gamma a$  die Anzahl an zusätzlichen Spindrehungen pro Umlauf.

## Polarisation

Durch Gleichung (2.4) wird die Dynamik eines einzelnen Spins im Beschleuniger beschrieben. Für die Beschreibung einer großen Anzahl an Spins wird die Polarisation eingeführt. Diese entspricht dem Mittelwert der einzelnen Spineinheitsvektoren  $\vec{s}_i$

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^N W_i \cdot \vec{s}_i \quad (2.5)$$

mit der Wahrscheinlichkeit  $W_i$ , welche im klassischen Fall  $W_i = \frac{1}{N}$  entspricht.

Die Gesamtpolarisation ist durch den Betrag des Vektors  $|\vec{P}|$  gegeben, die Polarisation bzgl. einer ausgezeichneten Achse durch die Projektion dieses Vektors auf diese. Beispielsweise gibt  $P_z$  die Wahrscheinlichkeit an, einen Spin bei einer Messung im up- oder im down-Zustand bzgl. der  $z$ -Achse zu finden.

In einer Polarisationsmessung, wie sie zum Beispiel an dem Møller-Polarimeter bei ELSA durchgeführt wird, wird das Verhältnis der Differenz zwischen Spin-up- und Spin-down-Zuständen zur Gesamtzahl an Spins gemessen.

$$\langle P_z \rangle = \frac{\langle N_{\uparrow} \rangle - \langle N_{\downarrow} \rangle}{\langle N_{\uparrow} \rangle + \langle N_{\downarrow} \rangle} \quad (2.6)$$

Bei Vernachlässigung weiterer Effekte wie Synchrotronstrahlung gehorcht der Polarisationsvektor ebenfalls Gleichung (2.4), sodass die folgenden Überlegungen zur Polarisation anhand eines einzelnen Spinvektors gemacht werden können.



## Depolarisierende Resonanzen

Auf einem idealen Orbit erfährt der Strahl keine horizontalen Magnetfelder, da er die Quadrupole, welche die wesentlichen horizontalen Magnetfelder erzeugen, zentral durchquert. In der Praxis treten jedoch horizontale Felder auf. Sie kommen hauptsächlich von Fehlauflstellungen der Dipole, wenn diese um die Strahlachse verkippt oder sogar in sich verdreht sind, sowie durch die dadurch hervorgerufenen Ablagen des Strahls in den Quadrupolen. Die Spins präzedieren dann um das Gesamtfeld, welches einen zusätzlichen horizontalen Anteil besitzt. Für den Präzessionszustand nach Durchgang durch das horizontale Feld entspricht das einer Veränderung der Winkel der Spins zur  $z$ -Achse. Je nach Stellung des Spinvektors bzgl. der Magnetfeldrichtung wird der Winkel vergrößert oder verkleinert. Das Prinzip ist in Abbildung 2.1 anschaulich dargestellt.

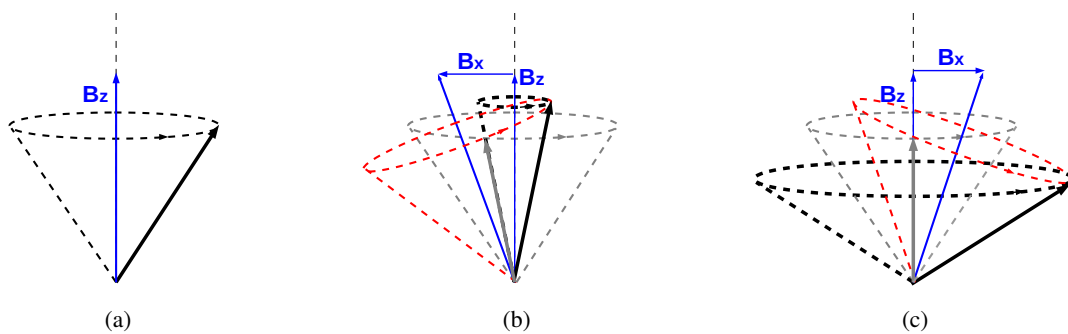


Abbildung 2.1: Veränderung des Winkels des Spins bzgl. der  $z$ -Achse je nach Stellung bzgl. des horizontalen Magnetfeldes. Ohne horizontales Magnetfeld präzediert der Spinvektor um das vertikale Magnetfeld. Mit zusätzlicher lokaler horizontaler Magnetfeldkomponente präzediert der Spinvektor kurz auf dem roten Kegel um das gesamte Magnetfeld. Dann, wenn das horizontale Magnetfeld passiert ist, auf dem schwarzen Kegel mit anderem Öffnungswinkel weiterpräzedieren.

Die Effekte der einzelnen horizontalen Felder heben sich meistens über mehrere Umläufe im Mittel auf, da der Spin bei jedem Umlauf in einer anderen Phase seiner Präzession in die Felder eintritt.

Für bestimmte Präzessionsfrequenzen des Spinvektors, welche nach Formel (2.4) bei bestimmten Energien vorliegen, treten jedoch Resonanzen auf, bei denen sich die Effekte der horizontalen Magnetfelder über mehrere Umläufe addieren. Dabei handelt es sich hauptsächlich um zwei Arten von Resonanzen: die ganzzahligen und die intrinsischen Resonanzen. In dieser Arbeit geht es um ganzzahlige Resonanzen, welche aufgrund ihres Ursprungs in Fehlauflstellungen von Magneten, hauptsächlich den Dipolen, auch Imperfektionsresonanzen genannt werden. Sie treten auf, wenn die Anzahl der Präzessionen des Spinvektors pro Umlauf ganzzahlig ist, das heißt  $\gamma a \in \mathbb{N}$ . Dann präzediert der Spin im mitbewegten System  $\gamma a$ -mal pro Umlauf im Beschleuniger.

Die horizontalen Magnetfelder als Funktion der Position im Beschleuniger können in eine Fourier-Reihe entwickelt werden und sind somit eine Überlagerung von Komponenten mit ganzzahligen Vielfachen der Umlauffrequenz. Ist  $\gamma a$  nun ganzzahlig, so wird der Winkel des Spinvektors bzgl. der  $z$ -Achse durch die entsprechende Komponente der Fourier-Reihe mit Frequenz  $\gamma a$  an jeder Position des Beschleunigers in die gleiche Richtung verändert. Das Feld ist dann in Phase mit der Präzession. Dies geschieht zusätzlich über mehrere Umläufe. Somit regt die Fourier-Komponente mit Frequenz  $\gamma a$  die entsprechende Resonanz an.

Im ELSA-Ring treten aufgrund des betrachteten Energiebereiches fünf ganzzahlige Resonanzen bei

$\gamma a = 3, 4, 5, 6$  und  $7$  auf, welche mit ebendiesen Zahlen benannt werden. Für jede dieser Resonanzen kann die Energie und daraus mithilfe der Rampgeschwindigkeit auch ihr Zeitpunkt auf der Energierampe berechnet werden, bei dem sie auftritt.

## 2.2 Harmonischen-Korrektur

Die resonanztreibende Komponente des horizontalen Magnetfeldes  $B_x$  hat folgende Form:

$$B_x(\theta) = A \cdot \cos(\gamma a \theta - \varphi_0) \quad (2.7)$$

Dabei ist  $A$  die Amplitude des Feldes, und  $\theta = \int_0^s \frac{1}{R(s')} ds'$  der Winkel, welcher die Position innerhalb der Dipolstruktur im Beschleuniger beschreibt. Zwischen zwei Dipolen ist  $\theta$  konstant. Im Fall der Resonanz entspricht dieser Winkel zusätzlich der Präzessionsphase des Spins. Zwischen den Dipolen gilt  $\theta_i = \frac{2\pi \cdot i}{24}$ , wobei dies dem Segment nach dem  $i$ -ten Dipol im Beschleuniger entspricht.

Die Resonanzen sollen in der Harmonischen-Korrektur durch eine zusätzliche horizontale Feldverteilung unterdrückt werden, welche um  $180^\circ$  zu dem in Formel (2.7) beschriebenen Feld phasenverschoben ist, sodass die resonanztreibende Feldkomponente ausgelöscht wird. Dieses Feld hat somit folgende Form:

$$B_{x,\text{harmcorr}}(\theta) = A \cdot \cos(\gamma a \theta - \varphi) \quad \text{mit } \varphi = \varphi_0 + 180^\circ \quad (2.8)$$

In der Praxis kann dieses Korrekturfeld nicht berechnet werden, da die Dipolfehlaufstellungen und somit die resonanztreibenden Felder nicht genau bekannt sind. Daher muss die Polarisation empirisch optimiert werden, indem für verschiedene Korrekturfelder die Polarisation gemessen wird. Dazu wird die Unabhängigkeit der Parameter ausgenutzt. Das bedeutet, dass ein globales Maximum der Polarisation als Funktion dieser Parameter existiert, welches gleichzeitig Maximum der Polarisation in  $A$  und in  $\varphi$  ist. Diese beiden Parameter können also getrennt systematisch verändert und optimiert werden. Oft werden anstatt Amplitude  $A$  und Phase  $\varphi$  auch die beiden Parameter  $C$  und  $S$  optimiert, welche sich wie in Formel (2.9) mithilfe des Additionstheorems für den Cosinus definieren lassen.

$$B_{x,\text{harmcorr}}(\theta) = C \cdot \cos(\gamma a \theta) + S \cdot \sin(\gamma a \theta) \quad (2.9)$$

$$\text{mit } C = A \cdot \cos(\varphi)$$

$$\text{und } S = A \cdot \sin(\varphi)$$

Die beiden Paare von Parametern lassen sich eindeutig ineinander umrechnen und bilden somit einen äquivalenten Parameterraum.

### Polarisationsoptimierung durch Harmonischen-Korrektur in der Praxis

Das Korrekturfeld wird in ELSA anhand von 32 Korrektormagneten appliziert, welche der vertikalen Orbitkorrektur dienen. Sie befinden sich in 24 Dipolsegmenten jeweils zwischen zwei Dipolen und bilden somit auch 24 Stützstellen  $\theta_i$  für die Harmonischen-Korrektur. Die an den einzelnen Korrektoren applizierten Felder werden konventionell meistens als Kickstärken in mrad angegeben. Die Kicks der Harmonischen-Korrektur werden um die Zeitpunkte der jeweiligen Resonanzen herum auf die Kicks der Orbitkorrektur addiert.

Bei einer Optimierung wird einer der zwei Parameter verändert, während der andere konstant gehalten

ten wird, und umgekehrt. Für jeden eingestellten Wert eines Parameters wird am Møller-Polarimeter, über mehrere Minuten gemittelt, die Polarisation nach Gleichung (2.6) gemessen. Nach ungefähr 10 Minuten wird ein Messwert mit einem statistischen Fehler von 2 % erhalten. Zum Schluss werden die Parameter für die Maxima von beiden Optimierungskurven ermittelt. Das wurde bis jetzt anhand einer Gaußkurvenanpassung an die Punkte der Optimierungskurve realisiert. Die mit diesem Parameter gemessene Polarisation stellt ein Optimum dar.

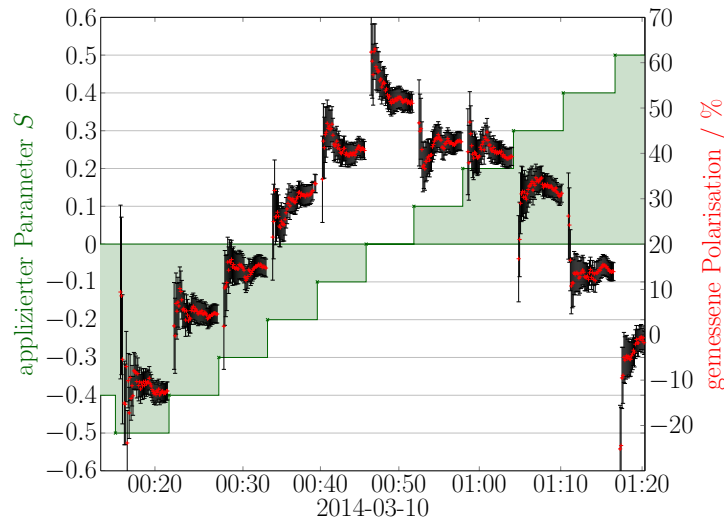


Abbildung 2.2: Historie der gemessenen Polarisationswerte am Møller-Polarimeter während einer Optimierung des Parameters  $S$  der Harmonischen-Korrektur

Abbildung 2.2 zeigt einen Ausschnitt aus der Historie der am Møller-Polarimeter gemessenen Polarisationswerte während einer Optimierung des Parameters  $S$ . Dabei sind in grün die eingestellten Werte für  $S$  aufgetragen und in rot die gemessene Polarisation. Es ist zu erkennen, dass bei konstant gehaltenem Parameter  $S$  die Polarisation mit der Zeit gegen einen festen Wert konvergiert, wobei die Fehler, welche dem rein statistischen Fehler der Messung entsprechen, abnehmen. Die Messung wurde jeweils gestoppt, wenn ein Fehler von unter 2 % erreicht wurde. Der dann gemessene Wert wurde als Polarisationwert für die entsprechende Parametereinstellung festgehalten. Die Endpolarisation wurde dann zur Optimierung gegen die Werte von  $S$  aufgetragen.

### Unterschied zwischen alter und neuer Methode der Harmonische-Korrektur

Die Magnetfelder der Harmonischen-Korrektur haben auch einen Einfluss auf den Orbit. Da es sich um horizontale Magnetfelder handelt, wird der Strahl durch sie in der Vertikalen abgelenkt. Dadurch kommt in den Quadrupolen eine zusätzliche Ablage zustande. Es addieren sich zu dem horizontalen Feld der Harmonischen-Korrektur aus Formel (2.8) noch horizontale Felder in den Quadrupolen. In bisherigen systematischen Polarisationsoptimierungen wurde dieser Effekt nicht berücksichtigt; das effektiv angelegte Feld entsprach somit nicht dem eingestellten Feld. Durch diesen Effekt wird eine Korrelation zwischen den zwei eingestellten Parametern  $A$  und  $\varphi$  oder  $C$  und  $S$  hergestellt, sodass die Vermutung nahe liegt, dass diese nicht mehr den gesamten Parameterraum aufspannen. Das wiederum hieße, dass gewisse Korrekturfelder gar nicht eingestellt werden können.

Im Rahmen von [3] wurde die sogenannte „neue Methode“ entwickelt, welche diesen Effekt aktiv

berücksichtigt. Die zuvor beschriebene Optimierungsmethode wird im Folgenden als die „alte Methode“ bezeichnet.

Zur Berücksichtigung der Quadrupolablagen wird die sogenannte Orbit-Response-Matrix benutzt [4]. Sie beschreibt den Einfluss der Korrektorkicks jedes einzelnen Korrektormagnetes auf den Orbit und somit die durch ihn verursachten Quadrupolablagen. Es handelt sich also bei ELSA um eine  $32 \times 32$ -Matrix gemessenen oder simulierten Ursprungs. Die Gesamtkickverteilung der Harmonischen-Korrektur setzt sich somit aus den Kicks der Korrektormagnete und der Quadrupole zusammen. Ein Zusammenhang zwischen den applizierten Korrektorkicks und der Gesamtkorrekturverteilung wird durch Formel (2.10) hergestellt.

$$\vec{\alpha}^H = \mathcal{H} \cdot \vec{\alpha}^{VC} \quad (2.10)$$

Dabei ist  $\vec{\alpha}^H$  ein 24-dimensionaler Vektor, der die zu applizierenden Harmonischen-Kicks in jedem der 24 Dipolsegment beinhaltet:

$$\alpha_i^H = A \cdot \cos\left(\gamma a \cdot \frac{2\pi}{24} i - \varphi\right) \quad (2.11)$$

Der 32-dimensionale Vektor  $\vec{\alpha}^{VC}$  enthält die Kickstärken für jeden der 32 Korrektormagneten.  $\mathcal{H}$  ist eine  $24 \times 32$ -Matrix, welche die Informationen der Orbit-Response-Matrix enthält, sowie die Zuordnung der Quadrupole und Korrektormagnete zu den jeweiligen Dipolsegmenten.

$$\mathcal{H}_{i,vc} = \delta_{vc,i} + \sum_{q=1}^{32} \lambda_{q,i} k_q l_q \cdot O_{q,vc} \quad (2.12)$$

Dabei sind  $k_q$  die Quadrupolstärken und  $l_q$  die Längen der Quadrupole.  $\delta_{vc,i}$  und  $\lambda_{q,i}$  sind 1, falls der  $vc$ -te Korrektormagnet bzw. der  $q$ -te Quadrupol in dem  $i$ -ten Dipolsegment liegen, und 0, falls nicht.

Die Herleitung der Formel 2.10 ist im Anhang A zu finden.

## 2.3 Ablauf der Simulationen

Im Rahmen dieser Arbeit wurden Simulationen zu der in Abschnitt 2.2 eingeführten Korrektur von ganzzahligen Resonanzen durchgeführt. Ziel davon war, die Form der Polarisation als Funktion der zu optimierenden Parameter  $P(S, C)$  mit beiden Methoden vergleichen zu können um Aussagen über ihre Eignung zur Korrektur von Imperfektionsresonanzen bei ELSA zu treffen. Es sollte bestimmt werden, ob die Methoden eine unabhängige Optimierung beider Parameter erlauben, bzw. ob die neue Methode dabei Vorteile zeigt. Dazu wurde systematisch für Punkte in der Parameterebene die Polarisation simuliert und das Ergebnis wurde drei-dimensional dargestellt. Dabei wurde die Resonanzkreuzung der Spins simuliert. Der in einem genügend großen Abstand hinter der Resonanz stabile Endwert der Polarisation wurde dann gegen  $S$  und  $C$  aufgetragen.

Das benutzte Programm, POLE, wurde bei ELSA speziell für solche Zwecke entwickelt und wird zur Zeit noch weiter optimiert. Die Software besteht hauptsächlich aus zwei Programmen, Bsupply und TBMTsolver, und ist auf eine schnelle Simulation der Spinpolarisation in Kreisbeschleunigern ausgelegt. Eine detaillierte Beschreibung des Aufbaus von POLE ist in [3] und [5] zu finden.

Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Simulationen zur Polarisationsoptimierung folgten meistens einem sehr ähnlichen Ablauf. Dabei wurden zunächst die Korrektorkicks berechnet. Diese wurden für die alte Methode direkt anhand von Formel 2.8 berechnet, während sie für die neue Methode mit dem Programm berechnet wurden, welches auch während des Beschleunigerbetriebs verwendet wird. Die Korrektorkicks aller 32 Korrektormagnete wurden anschließend in einem passenden Format in eine

Datei geschrieben, welche von „elegant“[6] eingelesen wurde. Dieses Programm berechnet den Closed Orbit auf Grundlage des gesamten Beschleuniger-Lattice und der Korrektorkicks. Wahlweise kann statt elegant auch „MAD-X“[7] benutzt werden. Mit Bsupply werden die Magnetfelder im Beschleuniger basierend auf den Ausgaben von elegant berechnet. Hierbei werden sie anhand einer Fast-Fourier-Transformation durch die ersten Glieder der Fourier-Reihe genähert. Anschließend wird mit dem TBMTsolver anhand eines Runge-Kutta-Verfahrens mit variabler Schrittlänge die Thomas-BMT-Gleichung (Gl. (2.4)) numerisch gelöst. Abbildung 2.3 zeigt schematisch den Ablauf der beschriebenden Simulationen.

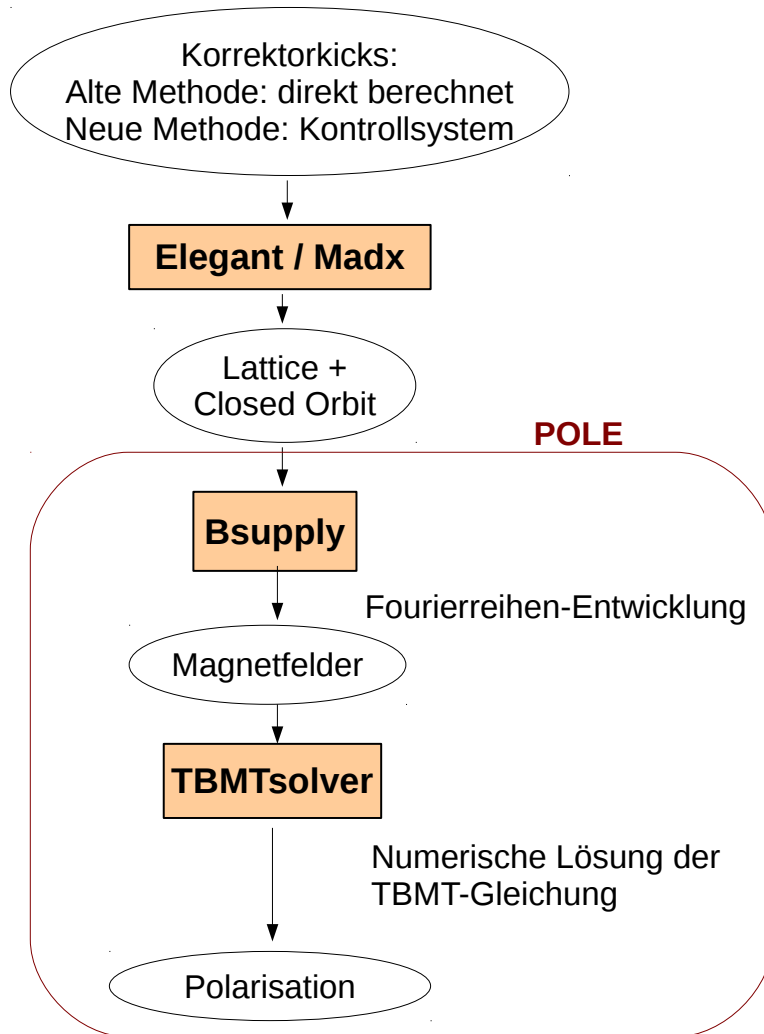


Abbildung 2.3: Schematische Darstellung des Ablaufes der Simulationen. Farblich markiert sind die Programme, welche die Berechnungen durchführen, in den ovalen Rahmen sind In- bzw. Output dieser Programme dargestellt. Die Programme Bsupply und TBMTsolver formen zusammen POLE. Die Abfolge dieser Programmaufrufe wurde anhand von Shell-Skripten und C-Programmen automatisiert.



---

## Optimierung der Simulationsparameter

---

Bevor systematische Simulationen zur Harmonischen-Korrektur durchgeführt werden konnten, wurde zunächst der Einfluss verschiedener Parameter auf das Ergebnis untersucht. Dabei ist zu beachten, dass die vorhandenen Polarisationsmessungen einen statistischen Fehler von 2 % haben. Dazu kommen noch unbekannte systematische Fehler. Es ist daher nicht dringend erforderlich, in der Simulation eine höhere Genauigkeit zu erreichen, da diese keine weitere Erkenntnis für die Umsetzung der Harmonischen-Korrektur in ELSA liefern würde. Da die resonanztreibenden Felder in ELSA nicht bekannt sind, können anhand der Simulationen nur qualitative Aussagen getroffen werden. Dazu sind große Mengen an Datenpunkten wichtiger als eine extrem hohe Genauigkeit jedes einzelnen Punktes. Daher soll auch die Simulationszeit optimiert werden. Mit bereits optimierten Simulationsparametern dauert eine systematische Simulation von rund 400 Punkten in der *S-C*-Parameterebene drei bis vier Tage.

In diesem Kapitel werden die verschiedenen Parameter aufgeführt, welche für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Simulationen hinsichtlich der beiden Aspekte Simulationsgenauigkeit und Rechenzeit optimiert wurden.

### 3.1 Einfluss der Simulationsparameter

#### Genauigkeit der Runge-Kutta-Integration

In der Runge-Kutta-Integration mit variabler Schrittweite wird jeder Integrationsschritt so lange wiederholt, bis die relative Abweichung der Ergebnisse von einem Iterationsschritt zum nächsten kleiner ist als die geforderte Genauigkeit. Dabei wird zwischen zwei Schritten jeweils die Schrittweite verkleinert. Die geforderte Genauigkeit wurde für alle durchgeführten Simulationen konstant auf  $10^{-7}$  gehalten. Die Abweichungen der damit erhaltenen Simulationsergebnisse von Polarisationswerten mit höherer Genauigkeit des Runge-Kutta-Verfahrens liegt mehrere Größenordnungen unter 1 %. Die Rechenzeit steigt mit zunehmender Genauigkeit langsamer als linear an, weshalb ein großer Genauigkeitsverlust relativ wenig Zeitersparnis bringen würde.

#### Anzahl der simulierten Spins

Der TBMTsolver simuliert die Dynamik einzelner Spins im Beschleuniger. Zum Schluss wird über alle simulierten Spineinheitsvektoren gemittelt, um die Gesamtpolarisation zu erhalten. In der Simulation

zeigt sich, dass bereits wenige Spins ausreichen, um die Kreuzung ganzzahliger Resonanzen zufriedenstellend zu simulieren. Da sich jeder Spin in der Simulation entlang des Closed Orbits bewegt, dient die Mittelung lediglich der Glättung von Schwankungen, die durch die stochastische Abstrahlung von Synchrotronstrahlung entstehen.

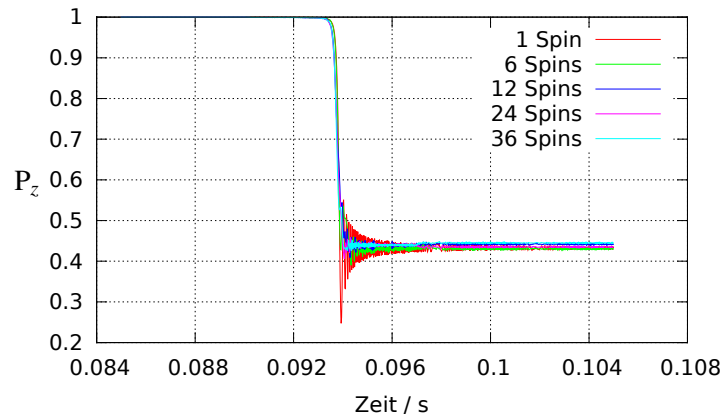


Abbildung 3.1: Zeitlicher Verlauf von  $P_z$  bei Mittelung über verschiedene Anzahlen von Spins am Beispiel der Kreuzung der 4. Resonanz.

Abbildung 3.1 zeigt, dass die Endpolarisation in einer genügend großen Entfernung von der Resonanz, welche in der Abbildung als Sprung in  $P_z$  erkennbar ist, nur um höchstens 1 % zwischen den verschiedenen Anzahlen an simulierten Spins variiert. Ab einer Anzahl von 12 Spins liegt die Abweichung deutlich unter 1 %. Das ist im Vergleich zu der Genauigkeit von Polarisationsmessungen für qualitative Aussagen vernachlässigbar. Da der für die Simulationen verwendete Rechner 12 Kerne hat, und somit 12 Spins parallel simuliert werden können, ohne dabei eine Verlängerung der Rechenzeit hervorzurufen, wurde in allen folgenden Simulationen über 12 Spins gemittelt.

#### Simuliertes Zeitintervall um die Resonanz

Die Simulationen beschränken sich auf ein einstellbares Zeitintervall um die Resonanz. Da eine Verlängerung dieses Intervalls direkt die Simulationszeit verlängert, sollte es nicht zu lang gewählt werden. Allerdings muss sichergestellt werden, dass die Grenzen des Intervalls weit genug von der Resonanz entfernt sind. Befindet sich der Startwert bereits im Anfang der Resonanz, so wird die Simulation mit falschen Anfangsbedingungen gestartet.

Außerdem treten, wie bereits in Abbildung 3.1 zu sehen war, unmittelbar nach der Resonanz große Schwankungen in der Polarisation auf. Diese werden durch Synchrotronstrahlung hervorgerufen. Ein stabiler Endwert wird deshalb bei Mittelung über so wenige Spins erst in einem gewissen Abstand hinter der Resonanzkreuzung erreicht. Zusätzlich sollte das Zeitintervall die Synchrotron-Seitenbänder umfassen, welche durch Synchrotron-Schwingungen und damit verbundene Energieschwingungen zustande kommen. Sie sind in Abbildung 3.1 nicht zu sehen, da die gezeigte Resonanz sehr schwach ist. Genauere Erklärungen sind in [3] zu finden.



## Startwert der Polarisation

Als Startwert der Polarisation wurde der Einfachheit halber 100 % gewählt, da die Ergebnisse so direkt der relativen Stärke der Resonanz entsprechen. Eine Startpolarisation von 100 % bedeutet, dass alle 12 simulierten Spinvektoren am Anfang in dieselbe Richtung zeigen. Es wird in der Simulation also von dem idealen Fall ausgegangen, in dem an der Elektronenquelle ein Strahl mit 100 % Polarisation erzeugt wird und in ELSA außerhalb der Resonanzen keine Polarisation verloren geht.

## Genauigkeit der Fourierzerlegung der Magnetfelder durch Bsupply

Bsupply berechnet die Magnetfelder im Beschleuniger als Fourierreihe, welche nach einem bestimmten Glied abgebrochen wird. Die Anzahl berücksichtigten Frequenzkomponenten kann beim Ausführen des Programms angegeben werden. Der Endwert der Polarisation konvergiert, wie in Abbildung 3.2 zu sehen ist, gegen einen konstanten Wert, welcher dem analytischen Wert entspricht. Die Rechenzeit nimmt mit zunehmender Maximalfrequenz deutlich schneller als linear zu. Durch eine geeignete Wahl der Anzahl an Frequenzen kann die Simulationszeit deutlich verkürzt werden. Deshalb wird hier lediglich eine Schwankung von  $P_z$  zu höheren Frequenzen von unter 1 % gefordert.

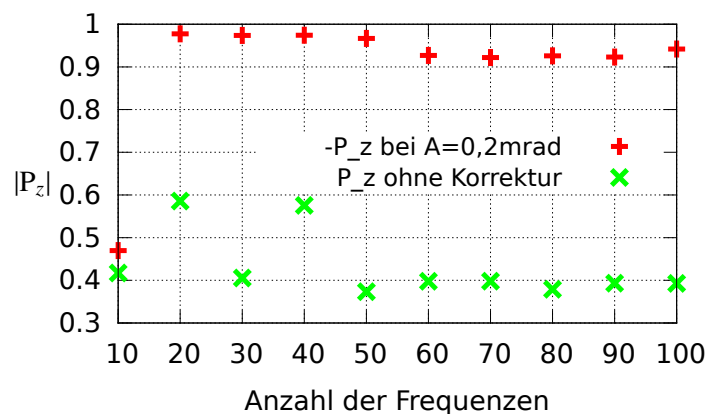


Abbildung 3.2: Optimierungen der Anzahl an berücksichtigten Frequenzkomponenten am Beispiel der 6. Resonanz. Die Optimierungen wurden exemplarisch anhand einer großen und einer kleinen Korrekturfeldamplitude  $A$  durchgeführt. Zur besseren Visualisierung wurde für die große Amplitude der negative Polarisationswert aufgetragen. Für weitere Simulationen wurden 65 Frequenzen berücksichtigt.

Auffällig war, dass das Konvergenzverhalten der Polarisation als Funktion der Maximalfrequenz stark von der betrachteten Resonanz abhängt. Während beispielsweise für die 3. Resonanz 35 Frequenzkomponenten ausreichen, werden für die 6. Resonanz 65 benötigt. Die Optimierung wurde daher für jede Resonanz getrennt durchgeführt.

Um zu überprüfen, ob die so bestimmte Maximalfrequenz sinnvoll ist, wurde beispielhaft  $P(S, C)$  nach der 6. Resonanz für eine große Anzahl an Punkten in der  $(S, C)$ -Parameterebene mit 80 Frequenzkomponenten simuliert. Die Ergebnisse wurden mit den Ergebnissen mit 65 Frequenzkomponenten verglichen. Die Abweichungen der einzelnen Werte lagen bei gleichbleibender qualitativer Form deutlich unter 1 %.

## 3.2 Beschleunigung mithilfe einer Cosinus-look-up-Tabelle

Ein erheblicher Anteil der Simulationszeit des TBMTsolvers liegt bei der Berechnung von Cosinus-Funktionen in der Fourierreihe, welche die Magnetfelder beschreibt [3]. Zur Zeitersparnis wurde im Rahmen dieser Arbeit die Berechnung von Cosinus-Werten anhand einer “look-up-Tabelle” implementiert.

Beim Aufruf des Programms werden zwei Tabellen mit jeweils 2000 Einträgen angelegt. Dort werden einmalig die Cosinus- bzw. Sinus-Werte zu 2000 äquidistanten Stützstellen eingetragen, welche jeweils in der Mitte eines Teilintervalls der Breite  $\frac{\pi}{2000}$  im Intervall  $[0; \pi)$  liegen. Im weiteren Verlauf der Simulation berechnete Cosinus-Werte werden durch Zuordnung zu dem entsprechenden Intervall mit der nächstgelegenen Stützstelle in der Cosinus-Tabelle berechnet. Dabei wird die Symmetrie des Cosinus ausgenutzt. Um die Genauigkeit zu erhöhen, wird zwischen zwei Stützstellen linear interpoliert, wobei die Steigung dem entsprechenden Sinus-Wert an dieser Stützstelle entspricht und der Sinus-Tabelle entnommen wird.

Insgesamt wurde die Simulationsgeschwindigkeit mit dieser Methode ungefähr verdoppelt. Damit dauert zum Beispiel die Simulation der Kreuzung der 4. Resonanz für 12 Spins mit einer Anzahl von 70 Frequenzkomponenten ungefähr 12 Minuten statt vorher ungefähr 25 Minuten.

## 3.3 Beschreibung der resonanztreibenden Felder

Die horizontalen, resonanztreibenden Magnetfelder in ELSA, welche hauptsächlich aus Fehlaufstellungen der Dipole kommen, sind nicht bekannt. In Simulationen werden daher zufällige Dipolfehlaufstellungen appliziert. Folglich können anhand von Simulationen nur qualitative Aussagen über die Harmonischen-Korrektur bei ELSA getroffen werden, jedoch keine quantitativen. Um dennoch möglichst nah am Realfall zu bleiben, werden die Felder so gewählt, dass die simulierte Stärke der Resonanz, gegeben durch die Polarisierung nach Kreuzung der Resonanz ohne Korrektur, in derselben Größenordnung liegt wie in den Messungen.

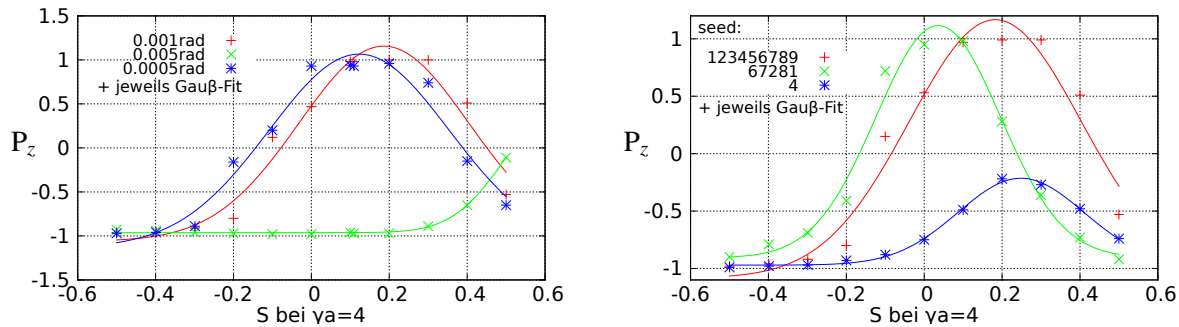
### Wahl der Dipolfehlaufstellungen

Die Resonanzstärke wird durch die Stärke und Verteilung der horizontalen Magnetfelder im Beschleuniger bestimmt, welche wiederum hauptsächlich von den Fehlaufstellungen der Dipole abhängen. Um diese in der Simulation darzustellen, werden in dem ELSA-lattice zufällige Drehwinkel der kompletten Dipole um die Beschleunigerachse für jeden der 24 Dipole eingestellt. Dabei können die Form der Zufallsverteilung, ihre Grenzen und der Seed für Zufallszahlen verändert werden, um passende Fehlaufstellungen zu finden. Es stellte sich heraus, dass bei nur 24 Zufallszahlen keine systematische Korrelation zwischen den eingestellten Parametern und der daraus resultierenden Resonanzstärke zu existieren scheint.

Da eine Häufung der Verkippungen um Winkel nahe der Null vorliegt weil die meisten Dipole wahrscheinlich eher kleine Fehler aufweisen wurde eine Gaußförmige Zufallsverteilung gewählt. Verändert wurden zur Optimierung der Resonanzstärke also lediglich die Breite der Verteilung, welche die typischen Amplituden der Verkippungen bestimmt, und der Seed. Dabei entspricht eine Veränderung des Seeds der mehrfachen Ziehung aus derselben Zufallsverteilung. Die in den Simulationen eingestellten Breiten lagen je nach Resonanz in der Größenordnung von 0,1 mrad bis 1 mrad. Allerdings zeigt Abbildung 3.3, dass die Resonanzstärke innerhalb dieses Amplitudenspielraumes ungefähr ebenso stark von dem eingestellten Seed der Zufallsverteilung abhängt. Im Rahmen dieser Amplitudengrößenordnung

mussten passende Fehlauflösungen im Endeffekt durch Ausprobieren gefunden werden. Die gemessenen Stärken der einzelnen Resonanzen konnten in Simulationen mit dieser Methode lediglich sehr grob im Rahmen von ungefähr  $\pm 10\%$  eingestellt werden, was für rein qualitative Untersuchungen jedoch ausreichend ist.

Bei sehr schwachen Resonanzen wurde die Stärke teilweise in der Simulation etwas größer gewählt als in der Realität, damit Polarisationsverbesserungen durch die Korrektur deutlicher zu sehen waren.



(a) Abhängigkeit von  $P_z$  von der Breite der Zufallsverteilung, angegeben in rad (fester Seed von 123456789).

(b) Abhängigkeit von  $P_z$  von des Seeds für Zufallszahlen (feste Breite von 0,001 rad).

Abbildung 3.3: Einfluss der genauen Form der Dipolfehlauflösungen am Beispiel der Optimierung des Sinus der 4. Resonanz mit gemessenem Orbit.

Die resonanztreibende Komponente ist die Fourier-Komponente des horizontalen Magnetfeldes mit der Spin-Präzessionsfrequenz. Durch die Anpassung der Resonanzstärke wurde also eben diese Komponente optimiert. Daraus kann allerdings kein Schluss über die anderen Komponenten gezogen werden. Daher können passende Fehlauflösungen nur einzeln für jede Resonanz gefunden werden.

### Simulationen mit gemessenem Closed Orbit

POLE bietet die Möglichkeit, den Closed Orbit nicht von elegant oder MAD-X berechnen zu lassen, sondern gemessene Orbits zu benutzen. Dadurch soll eine größere Ähnlichkeit zu tatsächlichen Verhältnissen im Beschleuniger hergestellt werden. Wie Abbildung 3.4 zeigt, können gemessene Optimierungskurven für die Harmonischen-Korrektur gut reproduziert werden.

Allerdings sind auch hier die horizontalen Magnetfelder wieder zufällig verteilt. Daher handelt es sich bei Übereinstimmungen im Wesentlichen um Zufälle. Die Form der Kurve hängt wieder sehr stark von der Breite der Zufallsverteilung und von dem eingestellten Seed ab.

Dazu kommt, dass in der Simulation der Orbit eines festen Zeitpunktes während der Energierampe in dem gesamten simulierten Zeitintervall verwendet wird. In Abbildung 3.5a sind gemessene Spuren zu sehen, welche die vertikale Position des Closed Orbits zu den verschiedenen Zeitpunkten der Energierampe zeigen. An diskreten Stellen sind erhöhte Plateaus sichtbar. Dabei handelt es sich um Änderungen des Orbits durch Applizierung der Harmonischen-Korrektur. Diese wird in einem Zeitintervall um die Resonanz konstant angelegt, was durch ein zusätzliches Rechtecksignal, das auf die Korrektormagnete gegeben wird, erreicht wird. Die in der Realität endliche Rampengeschwindigkeit der Magnete spiegelt sich in den schrägen, leicht abgerundeten Flanken der Erhöhungen wieder. Für die Simulation wird der Orbit zu einem Zeitpunkt auf dem so entstehenden Plateau gewählt. Optimalerweise sollte die Resonanzkreuzung in der Mitte stattfinden, jedoch können leichte Abweichungen vorliegen. Für eine feste Korrekturstärke bei Kreuzung der 4. Resonanz wurden beispielhaft verschiedene Zeitpunkte auf dem

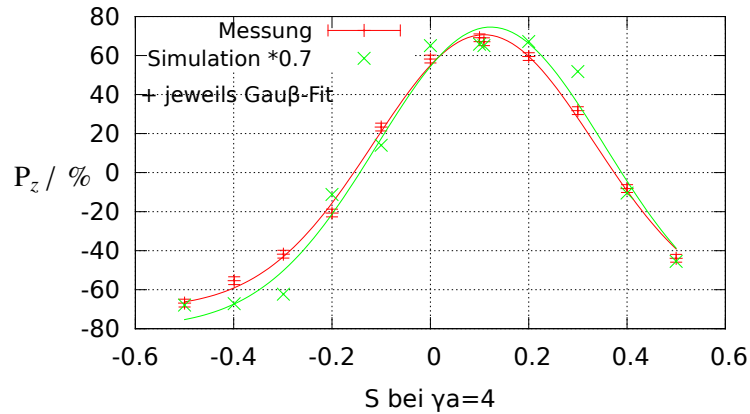
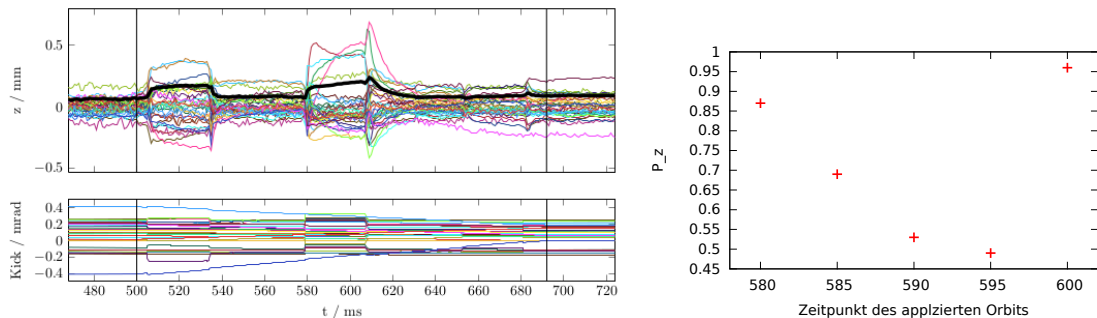


Abbildung 3.4: Vergleich zwischen gemessener und simulierter Optimierungskurve für den Sinus der 4. Harmonischen. Die simulierten Werte wurden auf 70 % skaliert, was ungefähr der Maximalpolarisation in den Messungen entspricht. Es wurden Dipolfehlauflösungen der Form  $0.0005 \cdot \text{GAUSS}(C)$  mit default Seed 123456789 in MAD-X verwendet.

Plateau eingestellt. Das Ergebnis ist in Abbildung 3.5b zu sehen. Die Endpolarisation schwankte dabei um bis zu 40 %. Das zeigt, dass der Einfluss auf das Ergebnis größer ist, als die Genauigkeit, mit der der genaue Zeitpunkt der Resonanzkreuzung eingestellt werden kann.



(a) Mesung des vertikalen Orbits an 32 Positionen in ELSA. (b) Einfluss des gemessenen Orbits auf die simulierte Polarisation nach Kreuzung der 4. Resonanz. Schwarz: rms-Werte der vertikalen Ablagen des Orbits.

Abbildung 3.5: Einfluss des Zeitpunktes des auf dem Plateau um die 4. Resonanz konstant eingestellten Orbits auf die simulierte Polarisation

Für systematische Untersuchungen der Harmonischen-Korrektur wurde diese Option im Folgenden nicht benutzt, da sie im Vergleich zu Simulationen mit simuliertem Orbit keine größere Genauigkeit liefert. Im Gegenteil, sie bringt mit der Wahl des konstanten Orbits einer festen Zeit aus der Messung neue Fehlerquellen auf. Die Empfindlichkeit der Ergebnisse auf die anderen Parametereinstellungen werden jedoch nicht aufgehoben. Wahrheitsgetreue Simulationen, aus welchen quantitative Aussagen über die Harmonischen-Korrektur speziell bei ELSA getroffen werden könnten, sind mangels der Kenntnis der Dipolfehlauflösungen auch hier nicht möglich.

---

## Diskussion der Simulationsergebnisse

---

### 4.1 Übereinstimmung von eingestellten und tatsächlich gesetzten Korrekturfeldern

Wie bereits in Abschnitt 2.2 erklärt, setzt sich das Harmonischen-Korrekturfeld aus dem Feld der Korrektormagnete  $\vec{B}_{VC}$  und dem der Quadrupole  $\vec{B}_Q$  zusammen. Dabei entspricht das gewünschte Feld aus Formel (2.8) in der alten Methode  $\vec{B}_{VC}$  und in der neuen Methode der Summe der beiden Felder ( $\vec{B}_{VC} + \vec{B}_Q$ ).

Um zu überprüfen, ob die beiden Methoden den Erwartungen entsprechen, wurden anhand von Simulationen die Parameter des tatsächlich anliegenden Harmonischen-Korrekturfeldes mit denen des gewünschten verglichen. Dazu wurde die Differenz-Funktion des Programmes Bsupply benutzt. Diese zieht von dem Magnetfeldspektrum mit gesetzter Harmonischen-Korrektur das Referenzspektrum ohne Harmonischen-Korrektur ab. So wird das horizontale Störfeld, welches durch Dipolfehlaufstellungen und damit verbundene Orbitveränderungen zustande kommt, herausgerechnet. Es bleibt nur das Harmonischen-Korrekturfeld übrig. Die Parameter dieses Feldes, in diesem Fall Amplitude und Phase, werden aus der Fourier-Reihe der Magnetfelder gezogen. Sie entsprechen denen der Frequenzkomponente  $\gamma a$  der betrachteten Resonanz. Das ist äquivalent zur Anpassung einer Funktion der Form (2.8) an die Harmonischen-Korrekturfelder.

Das Ergebnis ist in Abbildung 4.1 und 4.2 am Beispiel der 3. und der 6. Resonanz zu sehen. Dabei wurden die Parameter Amplitude  $A$  und Phase  $\phi$  nach der Beziehung (2.9) in  $S$  und  $C$  umgerechnet. Es wurden jeweils die Parameter des tatsächlich im Beschleuniger anliegenden Korrekturfeldes gegen die gewünschten, eingestellten Werte aufgetragen. Wie erwartet liegen die Punkte für die neue Methode auf der Einheitsgeraden. Für die alte Methode hingegen zeigen diese Punkte zwar eindeutige Korrelationen, sie liegen jedoch nicht auf der Einheitsgeraden. Da die Kicks der alten Methode aber im Gegensatz zur neuen Methode keine Cosinus-förmige Verteilung erzeugen, kann aus den Kurven in der Abbildung keine Aussage über die genaue Form dieser Verteilung in der alten Methode gezogen werden.

Allerdings ist zu beachten, dass sowohl für die alte als auch für die neue Methode eine relativ große Schwankung des tatsächlich applizierten Parameters von bis zu 0,2 mrad bei gleicher Einstellung vorliegt, wenn der andere Parameter variiert. Diese kommt, unter der Annahme, dass die Ungenauigkeit bei der Berechnung der Korrektorkicks vernachlässigbar ist, aus der Funktionsanpassung an die Korrektur-

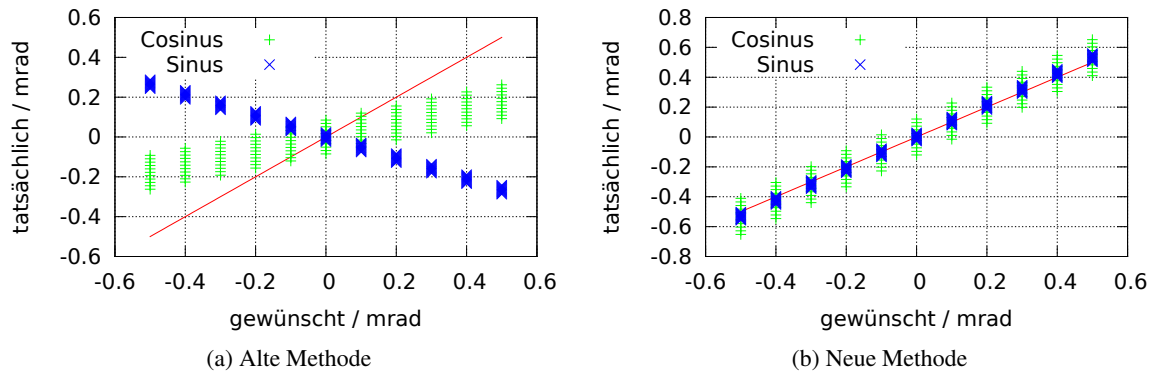


Abbildung 4.1: Vergleich der eingestellten Parameter des Korrekturfeldes mit den tatsächlich vorhandenen am Beispiel der 4. Resonanz.

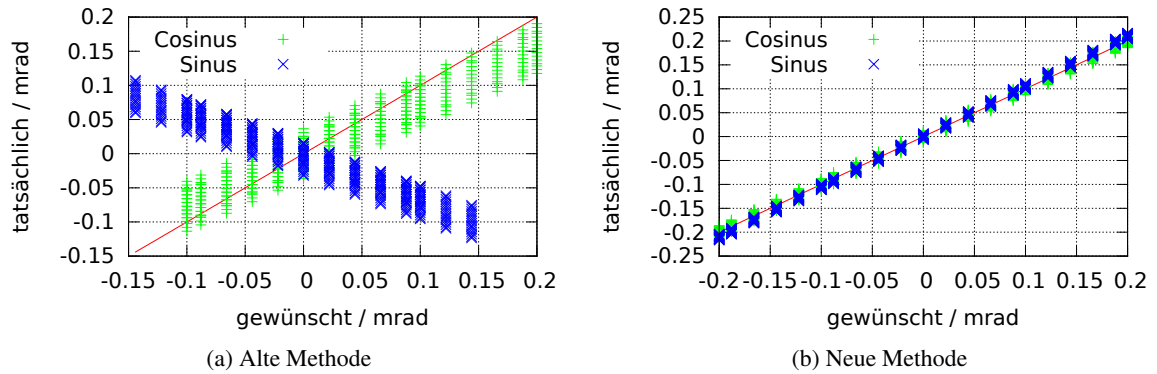


Abbildung 4.2: Vergleich der eingestellten Parameter des Korrekturfeldes mit den tatsächlich vorhandenen am Beispiel der 6. Resonanz.

feldverteilung durch Bsupply. In Abschnitt 4.2 werden potenzielle Einflüsse davon auf die Ergebnisse der Polarisierungssimulationen diskutiert.

### Implementierung eines Kontrollsystemmenüs zur Überprüfung der gesetzten Korrektur auf Simulationsbasis

Zunächst konnte anhand der beschriebenen Simulationen jedoch ein Fehler im Programm gefunden werden, welches die Korrektorkicks der neuen Methode berechnet, um sie auf die Magnete zu applizieren. Während der Strahlzeit im März 2014 wurde die neue Methode also nicht korrekt durchgeführt. Für kommende Strahlzeiten wurde dieser Fehler behoben.

Um die im Beschleuniger eingestellten Korrektorkicks zukünftig überprüfen zu können, wurde im Rahmen dieser Arbeit ein Monitor-Programm im Kontroll-System implementiert, welches die oben beschriebenen Simulationen für jedes gesetzte Korrekturfeld durchführt und die Parameter, wie in Abbildung 4.1 gezeigt, graphisch darstellt. Mögliche, zu große Abweichungen werden signalisiert und können somit direkt festgestellt werden.

## 4.2 Systematische Polarisationsoptimierung: direkter Vergleich zwischen den beiden Methoden

Zum qualitativen Vergleich der Polarisationsoptimierung mit beiden Methoden wurde systematisch die Polarisation für Punkte in der Parameterebene der Parameter  $S$  und  $C$  simuliert. Die Ergebnisse wurden 3-dimensional graphisch dargestellt und sind in Abbildung 4.3, 4.4 und 4.5 beispielhaft für die 4., 5. und 6. Resonanz zu sehen.

Das Ergebnis zeigt keine eindeutigen Unterschiede zwischen alter und neuer Methode. Die Form von  $P(S, C)$  scheint im Allgemeinen stark von der Resonanz abzuhängen wobei diese Abhängigkeit für beide Methoden unterschiedlich ist. Generell weisen beide Methoden in den Simulationen immer mindestens einen Punkt in der Parameterebene auf, für den die Resonanz vollständig korrigiert ist, das heißt die Polarisation nahezu 100 % beträgt. Potenzielle Unterschiede liegen also ausschließlich darin, ob dieses Maximum durch getrennte Optimierung von  $S$  und  $C$  auf jeden Fall gefunden wird, und wie genau dieses Maximum einstellbar ist.

### Analyse der 4. Resonanz

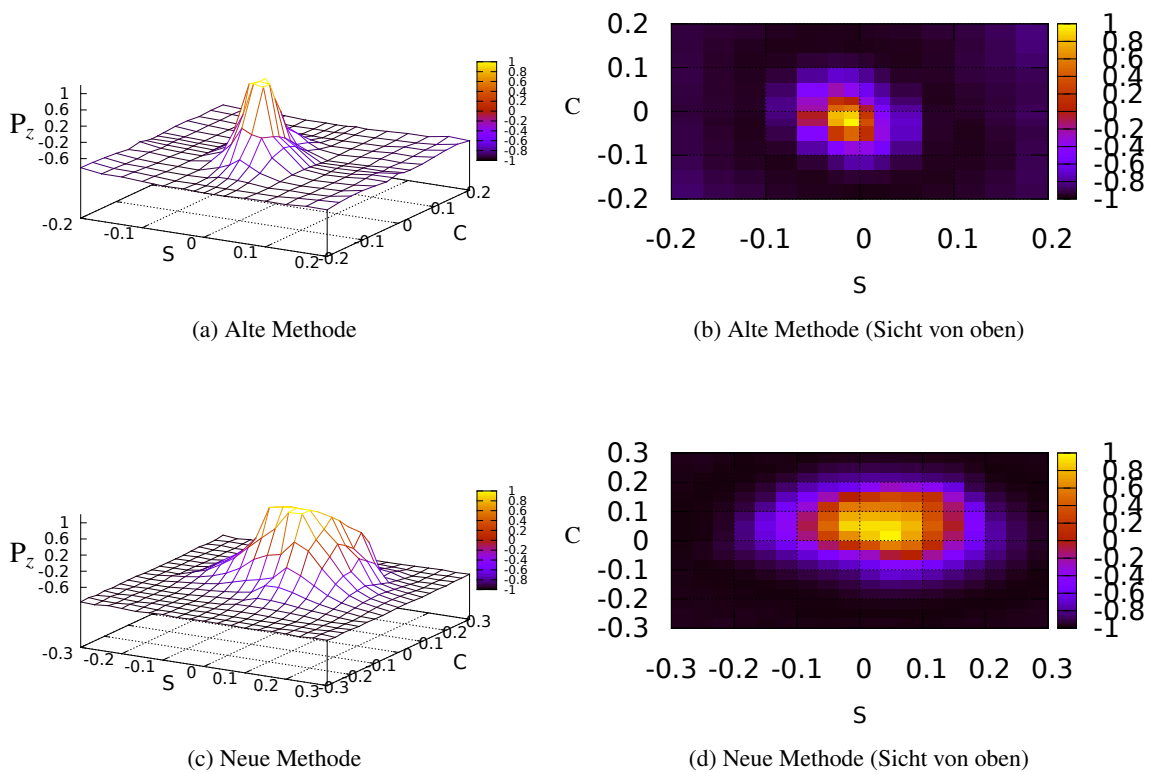


Abbildung 4.3: Systematische Polarisationsimulation bei Kreuzung der 4. Resonanz.

Die Optimierung der 4. Resonanz (Abbildung 4.3) zeigt sowohl für die alte als auch für die neue Methode ein Polarisationsmaximum, um welches herum die Polarisation mehr oder weniger glatt abfällt.

Dabei ist  $P(S, C)$  relativ symmetrisch. Der Abfall scheint hier für die alte Methode glatter zu sein als für die neue Methode, bei der lokal kleine Unebenheiten in Form von lokalen Minima auftreten, welche gegebenenfalls bei einer Optimierung in die Irre führen würden. Es handelt sich hierbei aber wahrscheinlich um Simulationsungenauigkeiten an den steilen Flanken.

Für diese Resonanz scheinen also beide Methoden gleichermaßen bei unabhängiger Optimierung der Parameter zum Optimum zu führen. Allerdings ist die Kurve für die neue Methode deutlich breiter, sodass eine genauere Einstellung des Maximums möglich ist.

### Analyse der 5. Resonanz

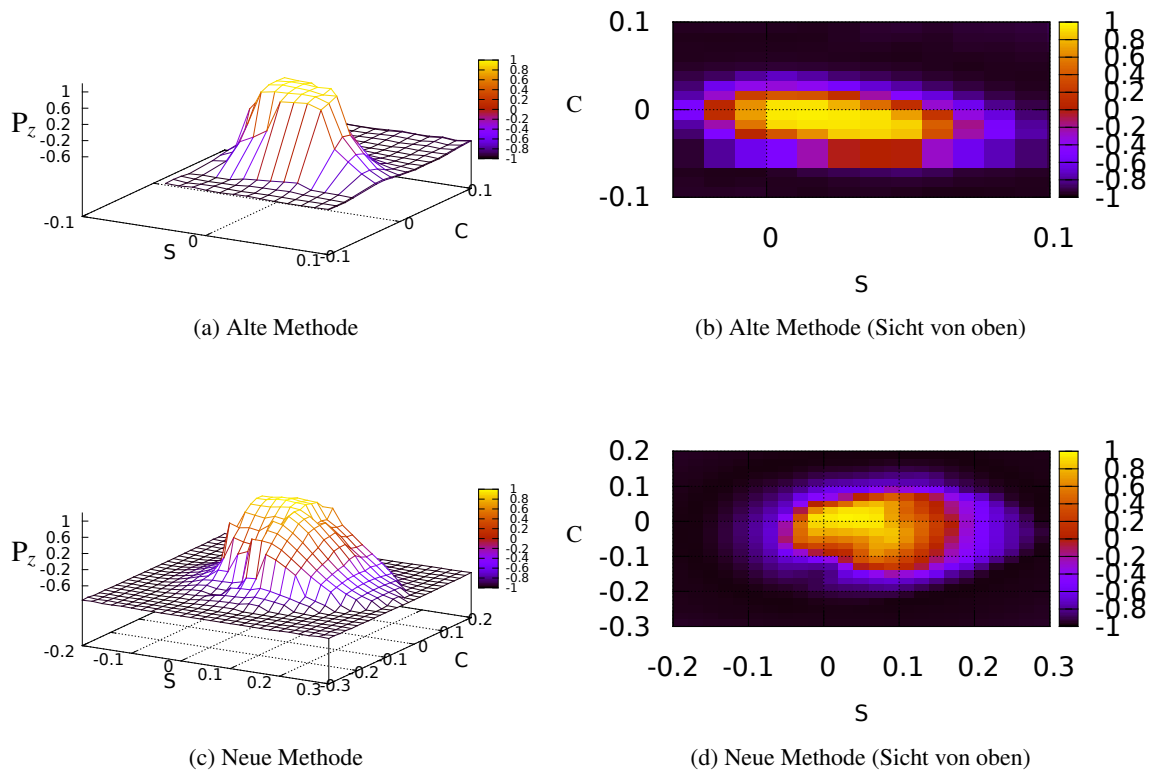


Abbildung 4.4: Systematische Polarisierungssimulation bei Kreuzung der 5. Resonanz.

In der 5. Resonanz (Abbildung 4.4) ist ebenfalls bei beiden Methoden jeweils ein eindeutiges signifikantes Maximum zu sehen. Dabei ist der Verlauf der Funktion in der alten Methode glatter als in der neuen. Die neue Methode zeigt kleine lokale Maxima an bestimmten Punkten in der Parameterebene. Diese stellen allerdings nur sehr kleine Polarisierungserhöhungen bzgl. der umgebenden Punkte dar. Außerdem sind sie lokal auf einzelne Punkte in der Parameterebene beschränkt, sodass es sich wie bei der 4. Resonanz wahrscheinlich um Ausreißerwerte handelt.

Auch dieses Beispiel zeigt einen enormen Unterschied in der Breite der Funktionen für die alte und die neue Methode. Diese ist für die neue Methode um einen Faktor 2 bis 3 breiter als für die alte, was eine genauere Einstellung des Optimalwertes ermöglicht.



## Analyse der 6. Resonanz

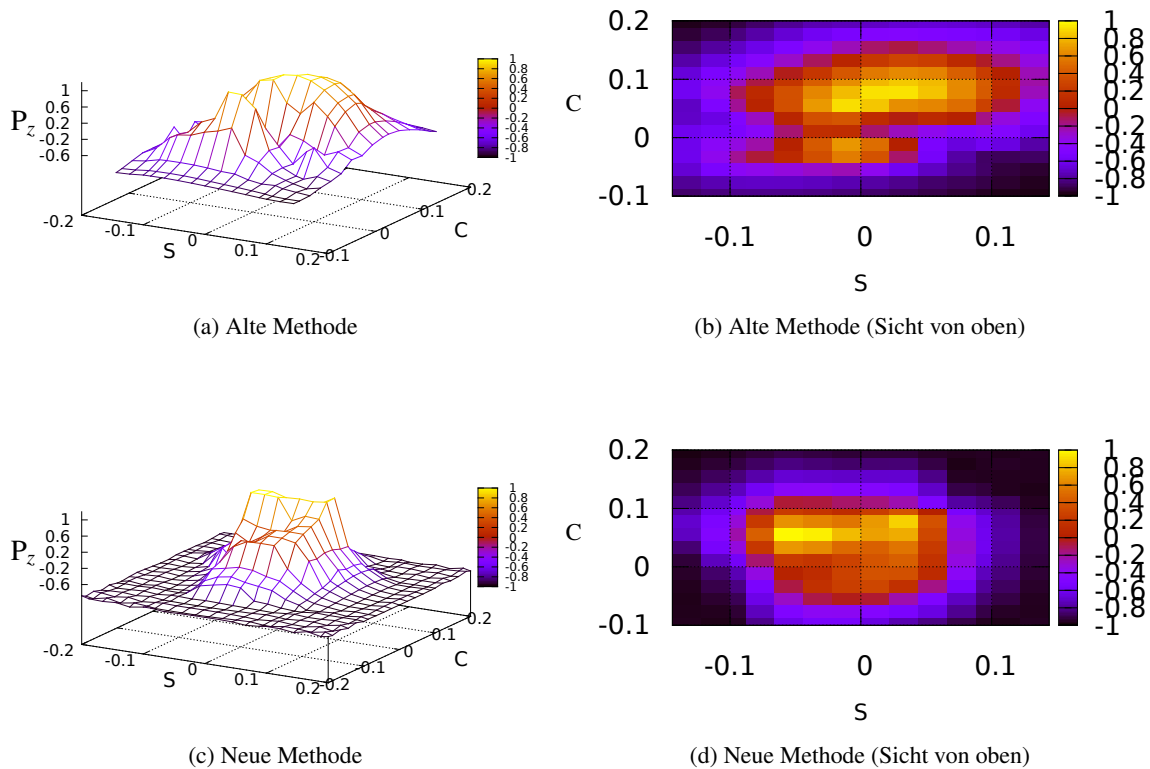


Abbildung 4.5: Systematische Polarisationsimulation bei Kreuzung der 6. Resonanz

Im Gegensatz zur 4. und zur 5. Resonanz zeigt die Optimierung der 6. Resonanz (Abbildung 4.5) eine deutlich unregelmäßigere Form. Vor allem die Sicht von oben zeigt für die alte Methode deutlich die Existenz von zwei räumlich getrennten Maxima, zwischen denen die Polarisation auf ungefähr 0 % absinkt. Dabei scheint das Hauptmaximum, das breitere der beiden Maxima, einen leicht höheren Polarisationswert aufzuweisen, sodass es für die Optimierung relevant ist, welches der beiden Maxima gefunden wird. Eine getrennte Optimierung der beiden Parameter würde hier also nicht mit Sicherheit zum Maximum führen. Die Optimierung mit der neuen Methode zeigt einen etwas glatteren Verlauf. Allerdings scheinen auch hier, entgegen der Erwartung, zwei Maxima zu existieren. Zwischen ihnen nimmt die Polarisation allerdings mit minimal 60 % deutlich weniger ab als bei der alten Methode.

Die Existenz zweier Maxima könnte auf den ersten Blick möglicherweise mit den Ergebnissen in Abbildung 4.2 erklärt werden. Der Abstand der Maxima liegt bei beiden Methoden in der Größenordnung der Abweichungen der Parameter der applizierten Korrekturfelder zueinander bei gleichem eingestellten Wert, wenn der andere Parameter variiert wird. Es könnte daher eine Verschiebung der Punkte in der Ebene vorliegen, welche für jeden Punkt unterschiedlich ist und deshalb das Maximum auseinander ziehen. Damit scheint eine Beschränkung der Harmonischen-Korrektur durch die endliche Genauigkeit der anhand einer relativ kleinen Anzahl von 24 Stützstellen applizierten Feldverteilung vorzuliegen. Um diese Erklärung zu überprüfen, wurde in Abbildung 4.6 die Polarisationswerte aus Abbildung 4.5d diesmal gegen die tatsächlich eingestellten Parameter  $S$  und  $C$  aufgetragen. Diese wurden, wie in Ab-

schnitt 4.1 erklärt, aus der Fourierreihe der horizontalen Korrekturfelder bestimmt. Würde die oben genannte Erklärung für die beiden Maxima zutreffen, so würden sie in dieser Darstellung zusammenrücken zu einem einzigen Maximum. Abbildung 4.6 zeigt aber eindeutig weiterhin die Existenz zweier Maxima. Die Existenz der beiden Maxima kann somit zumindest nicht ausschließlich durch diesen Effekt erklärt werden.

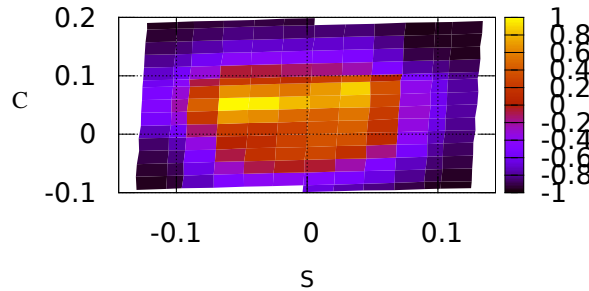


Abbildung 4.6: Polarisationswerte aus Abbildung 4.5d aufgetragen gegen die Parameter der tatsächlich applizierten Korrekturfelder. (Sicht von oben)

### Einfluss der Dipolfehlauftellungen auf die Form der Polarisationsfläche

Die Simulation aus Abbildung 4.5d für die 6. Resonanz mit der neuen Methode wurde beispielhaft mit anderen Dipolfehlauftellungen erneut simuliert. Dabei wurden die Fehlauftellungen aus derselben Zufallsverteilung gezogen, indem ein anderer Seed eingestellt wurde. Das Ergebnis ist in Abbildung 4.7 graphisch dargestellt.

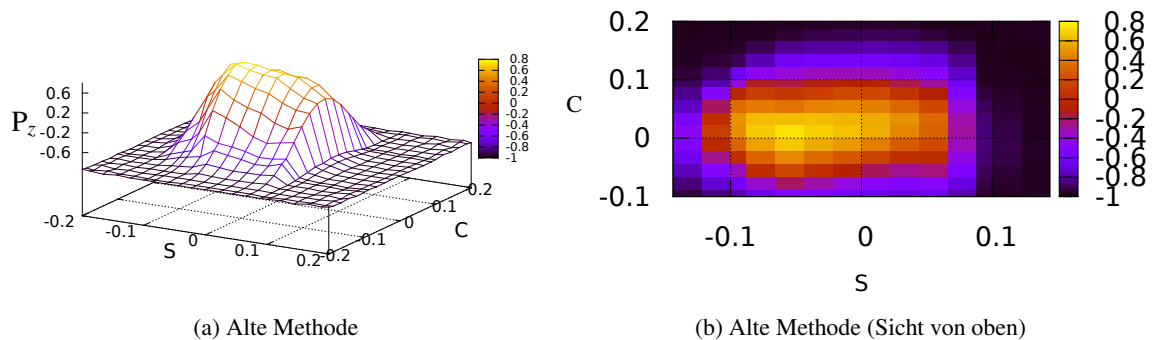


Abbildung 4.7: Systematische Polarisationsimulation bei Kreuzung der 6. Resonanz mit anderen Dipolfehlauftellungen

Im Gegensatz zum Ergebnis der Simulation in Abbildung 4.5d zeigt  $P(S, C)$  hier ein einziges Maximum. Eine systematische Polarisationsoptimierung wäre also auf jeden Fall zielführend. Die globale Form dieses Maximums ähnelt dabei denen in den simulierten Beispielen der 4. und 5. Resonanz.

Die qualitative Form von  $P(S, C)$  scheint also stark von den Dipolfehlhaltungen abzuhängen. Zu ihrer Form bei ELSA können deshalb anhand der Simulationen keine konkreten Aussagen getroffen werden.

#### **Bemerkung zur Realisierung eines kompletten Spinflips**

In den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Simulationen kann für große Amplituden des Korrekturfeldes, also für große  $S$  und  $C$  immer ein Abfall der Polarisation auf  $-100\%$  beobachtet werden. Das entspricht einem kompletten Spinflip. Hiernach wäre es nicht notwendig, die Resonanzen zu kompensieren, sondern einfacher, sie zusätzlich anzutreiben. Allerdings zeigen die Messungen, dass im negativen Bereich nicht die gleichen Polarisationsbeträge erreicht werden wie im positiven Bereich. Das liegt an den Synchrotronseitenbändern, deren Einfluss auf die Polarisation in [3] diskutiert wird. Die Stärke dieser Synchrotronseitenbänder wurde in den Simulationen nur sehr grob eingestellt; eine genauere Untersuchung ihrer Stärke bei ELSA wird zur Implementierung in POLE in Zukunft vorgenommen, um die Simulationsergebnisse in der Hinsicht zu überprüfen.

Dazu kommt, dass die Korrekturfelder der Harmonischen-Korrektur deutlich schwächer sind als die, die zum Spinflip notwendig wären. Letztere würden somit den Orbit deutlich stärker beeinflussen.

### **4.3 Abschließender Vergleich zwischen den beiden Methoden der Harmonischen-Korrektur**

Das Ergebnis der Simulationen zeigt, dass beide Methoden der Harmonischen-Korrektur sich zur Polarisationsoptimierung eignen. Beide Methode zeigen in jedem simulierten Beispiel einen Punkt in der Parameterebene, für den die Polarisation  $100\%$  beträgt und das resonanztreibende Feld somit optimal kompensiert wird. Außerdem weisen entweder beide Methoden oder keine ein eindeutiges Maximum auf, welches durch getrennte Optimierung der beiden Parameter  $S$  und  $C$  gefunden wird. Eine Ausnahme stellen Ausreißerwerte dar, welche lokale Maxima bilden. Diese sind allerdings nicht signifikant und kommen wahrscheinlich durch Fehler in der Applizierung des Feldes anhand von wenigen Stützstellen zustande. Außerdem treten sie vor allem auf den steilen Flanken auf, wo die numerische Genauigkeit wahrscheinlich kleiner ist. Die Simulation von  $P(S, C)$  für die 6. Resonanz zeigt in beiden Methoden mehrere Maxima, welche eine getrennte Optimierung von  $S$  und  $C$  nicht mehr sicher möglich machen. Ihr Ursprung kann nicht allein anhand von Ungenauigkeiten der Applizierung des Korrekturfeldes anhand von nur 24 Stützstellen erklärt werden (siehe Abbildung 4.6). Möglicherweise spielen hier die auch in der neuen Methode vernachlässigten Effekte der Sextupolmagnete eine Rolle, deren zusätzliche Kicks bei Orbitänderungen nicht linear mit der  $z$ -Position ansteigen, sondern quadratisch.

Der Vergleich zwischen den Abbildungen 4.5d und 4.7 zeigt allerdings, dass auch die qualitative Form von  $P(S, C)$  stark von den Fehlhaltungen der Dipole abhängt. Aus den simulierten Beispielen kann also lediglich geschlossen werden, dass eine systematische Polarisationsoptimierung in den meisten Fällen möglich ist. Es gibt aber auch Fälle, in denen sie aufgrund von Nebenmaxima nicht möglich ist. Ihre Realisierbarkeit bei ELSA kann also nur durch Messungen überprüft werden. Bisher wurde an die gemessenen Optimierungskurven zur Bestimmung der optimalen Parameter  $S$  und  $C$  eine Gaußfunktion angepasst. Dabei werden aber potentielle Abweichungen von der erwarteten Form herausgemittelt. Stattdessen sollten in Zukunft die Parameter der maximalen gemessenen Polarisation eingestellt werden. Zumindest sollten die durch die Anpassung bestimmten Maxima noch einmal nachgemessen und überprüft werden.

Tendenziell scheint das Maximum von  $P(S, C)$  für die neue Methode breiter zu sein als für die alte.

Das kann anschaulich dadurch erklärt werden, dass jede Änderung eines Parameters  $S$  oder  $C$  in der alten Methode durch die Veränderung des Orbits und somit zusätzliche Ablagen in den Quadrupolen verstärkt wird. Die Polarisation wird damit empfindlicher auf leichte Abweichungen dieser Parameter. Dieser Effekt stellt einen Vorteil der neuen Methode dar, da das Maximum somit genauer eingestellt werden kann. Ungenauigkeiten in der Applizierung der Korrekturfelder haben einen kleineren Einfluss auf die Polarisation.

Ein klarer Vorteil der neuen Methode ist dadurch gegeben, dass die anliegenden Korrekturfelder denen entsprechen, die eingestellt werden und somit gut bekannt sind (siehe Abschnitt 4.1). Dies ist für die alte Methode nicht der Fall.

---

# Zusammenfassung und Ausblick

---

Es wurden in Rahmen dieser Arbeit zwei Methoden der Harmonischen-Korrektur von Imperfektionsresonanzen bei ELSA verglichen. Dies wurde zunächst anhand von Simulationen mit dem Programm POLE realisiert. Da es sich dabei um eine der ersten Anwendungen einer vor Kurzem eigens für die Simulation von Spindynamik in Kreisbeschleunigern bei ELSA entwickelte Software handelt, wurde zunächst der Einfluss verschiedener Simulationsparameter auf das Ergebnis untersucht. Diese wurden so optimiert, dass einerseits die Simulationszeit möglichst gering gehalten wurde, andererseits aber eine Genauigkeit erreicht wurde, welche nicht kleiner war als die der Polarisationsmessungen.

Zunächst konnte gezeigt werden, dass quantitative Aussagen anhand von Simulationen aufgrund fehlender Kenntnis der resonanztreibenden Felder in ELSA nicht möglich sind, da die Ergebnisse stark von den eingestellten Dipolfeldaufstellungen abhängen. Daher können anhand der Simulationen nur qualitative Aussagen über die Methoden im Allgemeinen getroffen werden.

Es wurde anschließend die Form der Korrekturfeldverteilung als Funktion der eingestellten Parameter untersucht und für beide Methoden verglichen. Anhand dieser Simulationen konnte zunächst ein Fehler im bisherigen Programm zur Berechnung der Kicks der neuen Methode im Kontrollsystem bemerkt und behoben werden. Zur zukünftigen Vermeidung solcher Fehler wurde ein Kontrollsystemprogramm zur Überwachung implementiert.

Bei systematischen Untersuchungen der Polarisationsoptimierung konnte allgemein keine eindeutige Aussage darüber getroffen werden, welche Methode eine effizientere Polarisationsoptimierung ermöglicht. Die von der Theorie vorhergesagte Existenz eines eindeutigen, durch die unabhängige Optimierung der Parameter sicher zu findenden Polarisationsmaximums, ist in der neuen Methode genauso wenig gegeben wie in der alten Methode. In den meisten Fällen ist eine Optimierung mit beiden Methoden möglich. Es existieren aber Fälle bei bestimmten Dipolfeldaufstellungen, bei denen mehrere Polarisationsmaxima auftreten. Bisher wurden die optimalen Parametereinstellungen durch Anpassung einer Gaußkurve an die Optimierungskurven bestimmt. Dabei wurden teilweise beobachtete lokale Polarisationsminima zwischen zwei Maxima eingestellt, welche aus der Anpassung als Maximum bestimmt wurden. Für zukünftige Optimierungen sollten eher die tatsächlich gemessenen optimalen Parameter eingestellt werden. Zuletzt kann aber festgehalten werden, dass mit der neuen Methode im Gegensatz zur alten tatsächlich die Felder im Beschleuniger appliziert werden, die auch eingestellt werden. Weitere Anwendungen, für die eine genaue Kenntnis der Felder essentiell ist, können so ermöglicht werden.

Die Simulationsergebnisse müssen in Zukunft noch mit Messdaten verglichen werden, um Aussagen über die Korrektur von Imperfektionsresoanzen mit den beiden Methoden im konkreten Fall von ELSA treffen zu können.

# Anhang





## Herleitung der neuen Harmonischen-Korrektur

Hier soll die Harmonischen-Korrektur mit der neuen Methode aus Abschnitt 2.2 nach [4] hergeleitet werden. Die Harmonischen-Korrektur fordert im  $i$ -ten Dipolsegment ein zusätzliches horizontales Feld der Stärke

$$\alpha_i^H = A \cdot \cos\left(\gamma a \frac{2\pi}{24} i - \varphi\right) . \quad (\text{A.1})$$

Dabei ist  $\alpha_i^H$  die  $i$ -te Komponente des 24-dimensionalen Vektors  $\vec{\alpha}^H$ ,  $A$  die Amplitude des Korrekturfeldes und  $\varphi$  die Phase. Man spricht von den Kicks  $\alpha_i^H$ . Diese setzen sich zusammen aus den Kicks der vertikalen Korrektormagnete in dem  $i$ -ten Dipolsegment und den Kicks durch die von den Korrektorkicks hervorgerufenen zusätzlichen Ablagen in den Quadrupolen dieses Dipolsegmentes.

$$\alpha_i^H = \sum_{vc \in VC_i} \alpha_{vc}^{VC} + \sum_{q \in Q_i} \alpha_q^Q \quad (\text{A.2})$$

$VC_i$  und  $Q_i$  beschreiben die Menge aller vertikalen Korrektormagnete bzw. Quadrupole im  $i$ -ten Dipolsegment.

Die Kicks in den Quadrupolen  $\alpha_q^Q$  hängen über die gemessene oder simulierte Orbit-Response-Matrix  $O$  von den Kicks der vertikalen Korrektormagnete ab. Diese  $32 \times 32$ -Matrix beschreibt Orbitänderungen in Abhängigkeit der Stärken der 32 Korrektormagnete und somit die in den 32 Quadrupolen entstehenden vertikalen Ablagen  $\vec{z} = O \cdot \vec{\alpha}^{VC}$ . Dabei sind die Quadrupolkicks durch  $\alpha_q^Q = l_q k_q z_q$  gegeben, wobei  $l_q$  die Länge des  $q$ -ten Quadrupoles und  $k_q$  seine Quadrupolstärke ist.

Damit ergibt sich eine Harmonischen-Korrekturfeldstärke von

$$\alpha_i^H = \sum_{vc \in VC_i} \alpha_{vc}^{VC} + \sum_{q \in Q_i} l_q k_q O_q \cdot \vec{\alpha}^{VC} , \quad (\text{A.3})$$

wobei  $O_q$  die  $q$ -te Zeile der Orbit-Response-Matrix ist.

Mit der Matrix  $Q$  mit  $Q_{i,j} := k_i l_i O_{i,j}$  ergibt sich

$$\alpha_i^H = \sum_{vc \in VC_i} \alpha_{vc}^{VC} + \sum_{q \in Q_i} Q_q \cdot \vec{\alpha}^{VC} \quad (\text{A.4})$$

mit der  $q$ -ten Zeile  $Q_q$  der Matrix  $Q$ .

Ausmultiplizierung des Skalarproduktes  $\mathbf{Q}_q \cdot \vec{\alpha}^{\text{VC}} = \sum_{vc=1}^{32} \alpha_{vc}^{\text{VC}} \mathbf{Q}_{q,vc}$  und umsordieren nach  $\alpha_n^{\text{VC}}$  ergibt

$$\alpha_i^{\text{H}} = \sum_{vc=1}^{32} (\delta_{vc,i} + \sum_{q=1}^{32} \lambda_{vc,i} \mathbf{Q}_{vc,q}) \cdot \alpha_{vc}^{\text{VC}} . \quad (\text{A.5})$$

Dabei ist  $\delta_{vc,i} = 1$  falls  $vc \in \text{VC}_i$  und 0 sonst. Entsprechend ist  $\lambda_{q,i} = 1$  falls  $q \in \text{Q}_i$  und 0 sonst.

Mit der  $24 \times 32$ -Harmonische-Korrektur-Matrix  $\mathcal{H}_{i,vc} := (\delta_{vc,i} + \sum_{q=1}^{32} \lambda_{vc,i} \mathbf{Q}_{vc,q})$  ergibt sich schließlich die Beziehung zwischen den Kicks der Harmonischen-Verteilung und denen der Korrektormagnete:

$$\vec{\alpha}^{\text{H}} = \mathcal{H} \cdot \vec{\alpha}^{\text{VC}} . \quad (\text{A.6})$$

Dabei wird in der Praxis das Harmonischen-Korrekturfeld  $\vec{\alpha}^{\text{H}}$  vorgegeben. Daraus sollen dann die Korrektorkicks  $\vec{\alpha}^{\text{VC}}$  berechnet werden. Dazu muss die Matrix invertiert werden:

$$\vec{\alpha}^{\text{VC}} = \mathcal{H}^{-1} \cdot \vec{\alpha}^{\text{H}} . \quad (\text{A.7})$$

Da die Invertierung nicht eindeutig ist, wird in der Praxis eine spezielle Lösung benutzt, welche von einem in C++ bereits implementierten Logarithmus berechnet wird.

# Kontrollsystemprogramm zur Überprüfung der eingestellten Harmonischen-Korrektur

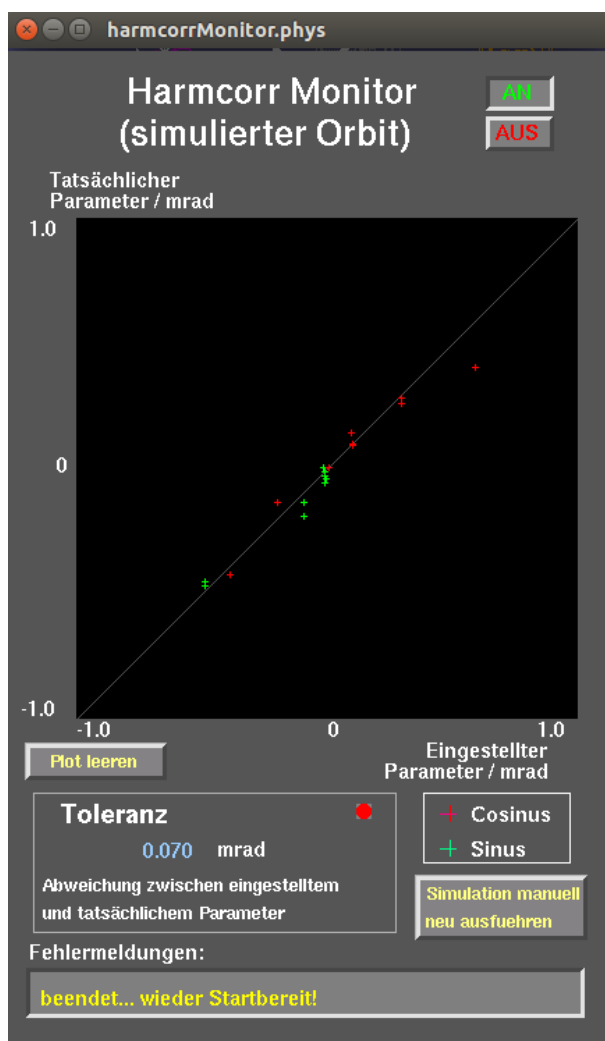


Abbildung B.1:

Menu des Monitor-Programmes für die Harmonischen-Korrektur im Kontrollsystem:

In dem Plot werden die eingestellten Parameter gegen die tatsächlich applizierten Parameter  $S$  und  $C$  der Korrekturfeldverteilung gegeneinander aufgetragen. Dabei handelt es sich um Werte auf simulierter Basis, welche nach dem gleichen Schema erhalten wurden wie in Abb. 4.1 und 4.2. Die Simulation wird jedes Mal gestartet, wenn die Korrektorrampen gesetzt werden. Sie wird dann für jede eingeschaltete Harmonischen-Korrektur durchgeführt. Außerdem kann die Simulation auch von Hand gestartet werden. Der Plot kann bei Bedarf auch wieder geleert werden. Es werden immer nur eine gewisse Anzahl an Wertepaaren geplottet, die ältesten werden jeweils gelöscht, wenn neue dazu kommen. Zusätzlich kann eine Toleranz angegeben werden, innerhalb deren die tatsächlich applizierten Parameter von den eingestellten abweichen dürfen. Liegt ein Wert außerhalb dieser Toleranzgrenzen, wird dies in einem Statusparameter festgehalten. Dieser kann dann z.B. in Form eines optischen Alarms (hier ein roter Punkt) angezeigt werden.



---

## Literatur

---

- [1] G. Münster, *Quantentheorie*, DE GRUYTER, 2009.
- [2] V. Bargmann, L. Michel und V. L. Telegdi,  
„Precession of the Polarization of Particles Moving in a Homogeneous Electromagnetic Field“,  
*Phys. Rev. Lett.* 2 (10 1959) 435–436, DOI: [10.1103/PhysRevLett.2.435](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.2.435),  
URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.2.435>.
- [3] O. Boldt, „Spindynamik von Elektronenstrahlen in Kreisbeschleunigern“,  
Diss.: Physikalisches Institut, Bonn, 2013.
- [4] J.-P. Thiry, „Harmonischen-Korrektur“, Interner Bericht, 2014.
- [5] J. Schmidt, *Modellierung der Spindynamik zur Untersuchung von Imperfektionsresonanzen*,  
2012.
- [6] M. Borland, *elegant: A Flexible SDDS-Compliant Code for Accelerator Simulation*.
- [7] CERN - BE/ABP Accelerator Beam Physics Group, *MAD - Methodical Accelerator Design*,  
Online unter: <http://mad.web.cern.ch/mad/>; aufgerufen am 24. Juni 2014.



---

# Abbildungsverzeichnis

---

1.1	Übersichtsplan der ELSA-Beschleunigeranlage . . . . .	1
2.1	Veränderung des Winkels des Spins bzgl. der z-Achse je nach Stellung bzgl. des horizontalen Magnetfeldes . . . . .	5
2.2	Historie einer Optimierung (mit Møller-Polarimeter) eines Parameters der Harmonischen-Korrektur . . . . .	7
2.3	Darstellung des Simulationsablaufes . . . . .	9
3.1	Polarisation bei Resonanzkreuzung mit unterschiedlich vielen Spins . . . . .	12
3.2	Optimierungen der Anzahl an berücksichtigten Magnetfeldkomponenten . . . . .	13
3.3	Einfluss der Dipolfeldlaufstellungen auf die Optimierungskurven . . . . .	15
3.4	Vergleich zwischen gemessener und simulierter Optimierungskurve für den Sinus der 4. Harmonischen . . . . .	16
3.5	Einfluss des Zeitpunktes des auf dem Plateau um die 4. Resonanz konstant eingestellten Orbits auf die simulierte Polarisation . . . . .	16
4.1	Korrekturfelder der alten und neuen Methode (4. Resonanz) . . . . .	18
4.2	Korrekturfelder der alten und neuen Methode (6. Resonanz) . . . . .	18
4.3	Systematische Polarisationsimulation bei Kreuzung der 4. Resonanz. . . . .	19
4.4	Systematische Polarisationsimulation bei Kreuzung der 5. Resonanz. . . . .	20
4.5	Systematische Polarisationsimulation bei Kreuzung der 6. Resonanz . . . . .	21
4.6	Polarisationswerte nach der 6. Resonanz aufgetragen gegen die Parameter der tatsächlich applizierten Korrekturfelder, neue Methode . . . . .	22
4.7	Systematische Polarisationsimulation bei Kreuzung der 6. Resonanz mit anderen Dipolfeldlaufstellungen . . . . .	22
B.1	Menu des Monitor-Programmes für die Harmonischen-Korrektur im Kontrollsystem . . . . .	31